Universität Regensburg
Naturwissenschaftliche
Fakultät I - Mathematik

H. Walter

9. Februar 2001

Mathematik für Biologen und Pharmazeuten

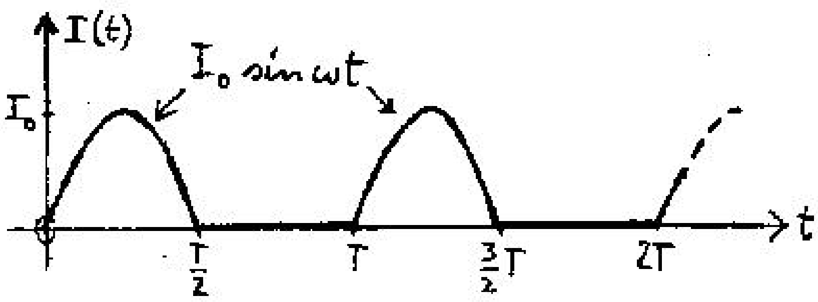
2. Klausur

(Integrale sind ohne Verwendung von Integraltabellen zu berechnen und DGLn ohne Verwendung allgemeiner Lösungsformeln zu lösen.)

1. Aufgabe (8 Punkte): a) Berechnen Sie die Stammfunktionen der Funktion f mit $f(x) = \frac{22x-26}{x^2-4}$.

b) Berechnen Sie zunächst das unbestimmte Integral $\int xe^{-x}\,dx$ und anschließend das uneigentliche Integral $\int_{-2}^{\infty} xe^{-x}\,dx$ (sofern dieses existiert).

2. Aufgabe (6 Punkte):



a) Ein Einweggleichrichter erzeuge den skizzierten Strom $I(t)$ mit der Periodendauer $T = \frac{2\pi}{\omega}$.

Berechnen Sie für die Stomstärke $I(t)$ den (zeitlichen) Mittelwert

$$\overline{I} = \frac{1}{T}\int_0^T I(t)\,dt$$

(in Abhängigkeit von I_0).

b) Ein ideales Gas, das im Ausgangszustand das Volumen $V_0 = 2{,}75$ m^3 und den Druck $p_0 = 1250\frac{N}{m^2}$ besitzt, werde isotherm auf das Volumen $V_1 = 0{,}76$ m^3 komprimiert.

Berechnen Sie die am Gas verrichtete Kompressionsarbeit $W = \int_{V_0}^{V_1} p(V)\,dV$ (in Nm).

(Zur Erinnerung: Für isotherme Zustandsänderungen eines idealen Gases gilt: $p \cdot V =$ konstant)

3. Aufgabe (8 Punkte): Untersuchen Sie die Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit $f(x,y) = (x^2+y^2)\cdot e^{-x}$ auf lokale Maxima und Minima, sowie auf Sattelpunkte.

4. Aufgabe (4 Punkte): $O(r, h)$ sei die Oberfläche einer zylindrischen Dose mit Radius r und Höhe h (einschließlich Boden und Deckel).

Berechnen Sie zunächst das Differential dO allgemein.

Berechnen Sie dann das Differential dO für den Fall, daß der Radius $r = 10$ cm um 5% vergrößert und die Höhe $h = 25$ cm gleichzeitig um 2% verkleinert wird.

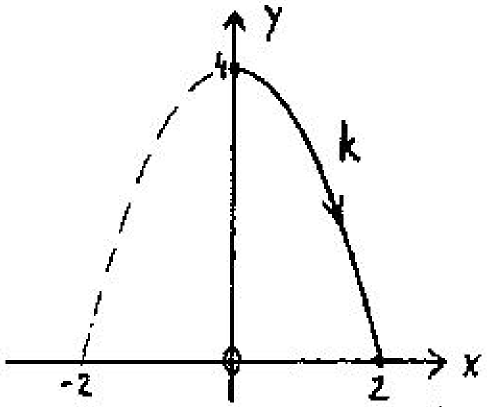
Berechnen Sie zum Vergleich die zugehörige Oberflächenänderung ΔO.

5. Aufgabe (6 Punkte): Gegeben sei die Differentialform

$$\omega = 2xy^2\,dx + (x^2 + y^2)\,dy\ ;\ U = \mathbb{R}^2.$$

a) Untersuchen Sie, ob ω eine Stammfunktion besitzt.

b)



Die Kurve k läuft entlang dem skizzierten Parabelbogen vom Punkt (0;4) zum Punkt (2;0).

Berechnen Sie das Kurvenintegral von ω längs k.

6. Aufgabe (8 Punkte): Berechnen Sie die Lösung der DGL

$$y' + xy = 4x$$

zur Anfangsbedingung $y(0) = 1$.