

Mathematik für Biologen

2. Klausur

1. Aufgabe: (6 Punkte) Berechnen Sie die folgenden Integrale

$$\begin{array}{lll} \text{i)} \int_0^1 \sinh x \, dx & \text{ii)} \int_1^4 \frac{1 + \sqrt{x}}{x} \, dx & \text{iii)} \int_0^{\sqrt{3}} \frac{1}{1-t^2} \, dt \\ \text{iv)} \int_1^e \frac{\ln x}{x} \, dx & \text{v)} \int_2^8 \frac{1}{x \ln x} \, dx & \text{vi)} \int_0^{\frac{\pi}{3}} x \frac{1}{\cos^2 x} \, dx \end{array}$$

2. Aufgabe: (4 Punkte) Entscheiden sie, ob die folgenden uneigentlichen Integrale existieren und bestimmen Sie gegebenenfalls ihren Wert:

$$\text{i)} \int_0^1 \frac{1}{x^2} \exp\left(-\frac{1}{x}\right) \, dx \quad \text{ii)} \int_1^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} \, dx \quad \text{iii)} \int_0^1 x \ln x \, dx \quad \text{iv)} \int_0^{\infty} 5^{-x} \, dx$$

3. Aufgabe: (4 Punkte) Berechnen Sie das Integral

$$\int_0^2 x^3 \, dx$$

- i) mit dem Hauptsatz.
- ii) näherungsweise mit der Trapezregel (2 Teilintervalle).
- iii) näherungsweise mit der Simpsonregel (2 Teilintervalle).

Was fällt auf?

4. Aufgabe: (4 Punkte) Zeigen Sie: Die Funktion

$$f: f(x, y) = \ln(x^2 + y^2) \quad \text{für alle } (x, y) \in \mathbb{R}^2 \ (x, y) \neq (0, 0)$$

erfüllt die Gleichung

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y) + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y) = 0 \quad \text{für alle } (x, y) \in \mathbb{R}^2 \ (x, y) \neq (0, 0).$$

5. Aufgabe: (6 Punkte) Nähern Sie die Logarithmusfunktion durch eine Hyperbel  $y = \frac{a}{x} + b$  so an, daß die Summe der Fehlerquadrate an den Stellen  $x_1 = \frac{1}{2}$ ,  $x_2 = 1$ ,  $x_3 = 2$  minimal wird.

bitte wenden!

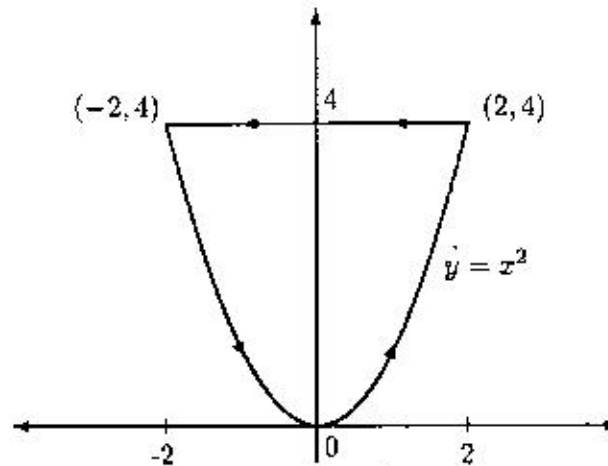
**6. Aufgabe:** (6 Punkte) a) Welche der folgenden Differentialformen ist ein Differential?

i)  $\cos x \sinh y \, dx + \sin x \cosh y \, dy$       ii)  $e^{xy} \, dx + e^{xy} \, dy$  -

b) Berechnen Sie das Kurvenintegral der Differentialform

$$-y \, dx - x \, dy$$

längs der folgenden Kurve  $C$ :



**Hinweise:**

- i) Schreiben Sie bitte auf jedes Blatt, das Sie abgeben, Ihren Namen und die Nummer Ihrer Übungsgruppe.
- ii) Antworten zählen nur, wenn sie (kurz) begründet sind. Ergebnisse zählen nur, wenn ein Rechengang erkennbar ist.

**Viel Erfolg!**