

## Mathematik für Biologen

### 1. Wiederholungsklausur

Bitte beachten Sie unbedingt die Anleitung am Ende der Klausur!

**1. Aufgabe:** (5 Punkte) Die folgende Tabelle gibt das Wachstum einer Bakterienkultur in einer Nährlösung wieder;  $t$  bezeichnet die Zeit in Stunden [h] und  $y$  das Zellvolumen in Milliliter [ $\mu$ l]:

t [h]	1	2	3	4	5
y [ $\mu$ l]	13.46	29.96	54.60	99.48	148.51

Prüfen Sie mit einer geeigneten logarithmischen Transformation auf graphischem Wege, ob exponentielles Wachstum vorliegt. Bestimmen Sie das Wachstumsgesetz, indem Sie die erforderlichen Konstanten Ihrer Zeichnung entnehmen. Wie lange dauert es, bis sich das Zellvolumen verdoppelt?

**2. Aufgabe:** (8 Punkte) a) Entscheiden Sie, ob die untenstehenden Folgen konvergieren und bestimmen Sie gegebenenfalls ihren Grenzwert:

i)  $\frac{n^2 + 2}{n + 5} - \frac{n^3 + 1}{n^2 + 2n - 2}$     ii)  $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{5n}$     iii)  $\left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{n}\right)$ .

b) Konvergieren die unendlichen Reihen

i)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-10)^n}{(3^n)^2}$     ii)  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{6 + 5 \cdot 3^k}{13^k}$     iii)  $\sum_{\ell=2}^{\infty} \frac{1}{4^\ell}$  ?

Wenn ja, was ist der Reihenwert?

c) Berechnen Sie die Grenzwerte

i)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5x^2 + 3}}{x}$     ii)  $\lim_{t \rightarrow 0} (1 - t)^{\frac{1}{t}}$ ,

sofern sie existieren.

**3. Aufgabe:** (4 Punkte) Beweisen Sie, daß die Gleichung

$$\frac{1}{4}x^5 + x - 11 = 0$$

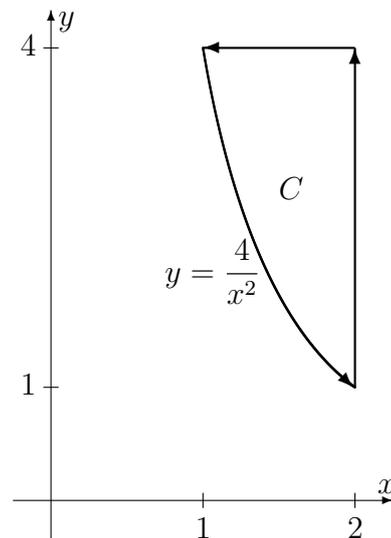
genau eine reelle Lösung hat. Bestimmen Sie diese näherungsweise, indem Sie von einem geeigneten Startwert aus einen Schritt des Newton-Verfahrens ausführen.

**4. Aufgabe:** (4 Punkte) Berechnen Sie die folgenden Integrale:

$$\text{i) } \int_0^1 \frac{5\sqrt{x} + 7x}{\sqrt[4]{x}} dx \quad \text{ii) } \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cot \alpha d\alpha \quad \text{iii) } \int_1^{\infty} \frac{1}{x^2} e^{\frac{1}{x}} dx \quad \text{iv) } \int_1^e x^3 \ln x dx$$

**5. Aufgabe:** (5 Punkte) Berechnen Sie für die rechts skizzierte Kurve  $C$  das Kurvenintegral

$$\int_C x^3 y^2 dx + x^4 y dy.$$



**6. Aufgabe:** (4 Punkte) Es sei  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x, y > 0\}$ ; die Funktion  $f: D \rightarrow \mathbb{R}$  sei definiert durch

$$f(x, y) = \sqrt[3]{x} + \sqrt[5]{y} \quad \text{für alle } (x, y) \in D.$$

- i) Berechnen Sie die partiellen Ableitungen erster Ordnung und das Differential der Funktion  $f$ .
- ii) Bestimmen Sie mit Hilfe des Differentials näherungsweise  $\sqrt[3]{1.03} + \sqrt[5]{0.975}$ .

**Anleitung:** Bitte bearbeiten Sie jede Aufgabe auf einem separaten Blatt! Für die erste Aufgabe ist der Mantelbogen vorgesehen, falls Sie die erste Aufgabe nicht bearbeiten, bleibt der Mantelbogen leer.

Schreiben Sie auf jedes Blatt Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer und die Nummer Ihrer Übungsgruppe.

Legen Sie am Ende der Klausur alle Blätter, die Sie abgeben, in den Mantelbogen als Umschlag.

Antworten zählen nur, wenn sie begründet sind. Ergebnisse zählen nur, wenn ein Rechengang erkennbar ist.

Viel Erfolg!