

## Mathematik für Biologen

### 1. Wiederholungsklausur

Bitte beachten Sie unbedingt die Anleitung am Ende der Klausur!

**1. Aufgabe:** (6 Punkte) a) Entscheiden Sie, ob die folgenden unendlichen Reihen konvergieren und bestimmen Sie gegebenenfalls den Reihenwert:

$$\text{i) } 1 - \frac{2}{5} + \frac{4}{25} - \frac{8}{125} \pm \dots \quad \text{ii) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\pi^{2n}}{10^n} \quad \text{iii) } \sum_{\ell=0}^{\infty} \frac{2^\ell + 3^\ell}{5^\ell}$$

b) Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte, sofern sie existieren:

$$\text{i) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4} \quad \text{ii) } \lim_{x \rightarrow 0} x^x \quad \text{iii) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4 + x^2}}{x}$$

**2. Aufgabe:** (6 Punkte) Die Funktion  $f$  ist gegeben durch

$$f(x) = \ln \sqrt{2x + 2}.$$

- Geben Sie den maximalen Definitionsbereich von  $f$  in  $\mathbb{R}$  an.
- Berechnen Sie die Ableitung von  $f$  und zeigen Sie, daß  $f$  eine Umkehrfunktion  $f^{-1}$  besitzt.
- Bestimmen Sie die Umkehrfunktion und ihre Ableitung.
- Wie lautet die Tangente an den den Graphen von  $f$  im Punkt  $x_0 = 1$ ?

**3. Aufgabe:** (6 Punkte) a) Berechnen Sie die partiellen Ableitungen erster und zweiter Ordnung der Funktion

$$f : f(x, y) = \sqrt{xy} + x \quad \text{für alle } x, y > 0.$$

b) Berechnen Sie näherungsweise

$$\sqrt[3]{1.03} + \sqrt{3.98}$$

mit Hilfe des Differentials einer geeigneten Funktion von zwei Variablen und vergleichen Sie mit dem exakten Wert. (Rechnungen mit 4 Nachkommastellen!)

**4. Aufgabe:** (6 Punkte) a) Berechnen Sie die folgenden Integrale:

$$\text{i) } \int_0^2 x(2-x) dx \quad \text{ii) } \int_{-1}^1 \cosh u du \quad \text{iii) } \int_1^2 \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2 dx$$

b) Bestimmen Sie die folgenden uneigentlichen Integrale:

$$\int_0^1 \frac{7x^3 - 5x^2 + 1}{\sqrt{x}} dx \quad \text{ii) } \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 1} \quad \text{iii) } \int_1^{\infty} \frac{1}{x^2} e^{\frac{1}{x}} dx$$

bitte wenden!

**5. Aufgabe:** (6 Punkte) a) Entscheiden Sie, ob es sich bei den folgenden Differentialformen um totale Differentiale handelt:

i)  $(3x^2y + y^2 + y) dx + (x^3 + 2xy - x) dy$

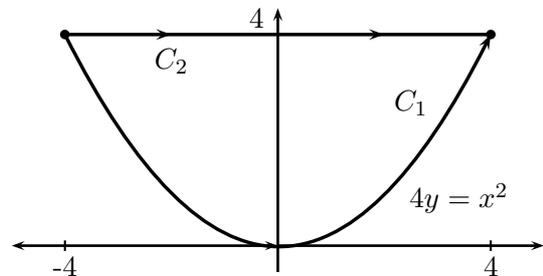
ii)  $\cos x \cosh y dx + \sin x \sinh y dy$

b) Berechnen Sie für die folgenden Differentialformen:

i)  $x^2 dx + x dy$

ii)  $y^3 dx + (3xy^2 + 1) dy$

und die rechts skizzierten Kurven  $C_1$  und  $C_2$  jeweils das Kurvenintegral.



**Anleitung:** Bitte bearbeiten Sie **jede Aufgabe auf einem separaten Blatt!** Für die erste Aufgabe ist der Mantelbogen vorgesehen, falls Sie die erste Aufgabe nicht bearbeiten, bleibt der Mantelbogen leer.

Schreiben Sie auf **jedes Blatt** Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer und die Nummer Ihrer Übungsgruppe.

Legen Sie am Ende der Klausur alle Blätter, die Sie abgeben, in den Mantelbogen als Umschlag.

Antworten zählen nur, wenn sie begründet sind. Ergebnisse zählen nur, wenn ein Rechengang erkennbar ist.

Viel Erfolg!